

位置エネルギーとエネルギー保存

高嶋 隆一

京都教育大学, 理学科

June 10, 2020

- 1 位置エネルギーとは
- 2 位置エネルギーの運動エネルギーへの転換

力に逆らって運ぶと速度が変化しない

重力に逆らって高いところに持ち上げる

- 鉛直方向に y 軸をとり高さゼロから高さ h に持ち上げる
- 重力に逆らって仕事 W をすると位置エネルギー U になるとすると
- この場合は基準点が高さゼロとなることに注意する

$$W = U = - \int_0^h F dy = \int_0^h mg dy = [mgy]_0^h = mgh$$

地球の表面の位置エネルギーはマイナス

無限遠点を基準にとると位置エネルギーは反対符号

- 月より向こうに基準点がありそこまで運ぶのは考え方が違う
- 重力に逆らって仕事 W を計算、位置エネルギー U は？
- 地球の半径 R から無限遠点 ∞ に運ぶとき

$$\begin{aligned}W &= - \int_R^{\infty} F dy = \int_R^{\infty} \frac{GMm}{y^2} dy \\ &= \left[-\frac{GMm}{y} \right]_R^{\infty} = \frac{GMm}{R} = -U\end{aligned}$$

高いところから低いところに落ちると

- 重力が加速度として働いて、速度が増えるが
- 位置エネルギーと力の関係を利用すると速度が計算可能に

$$\begin{aligned}mgh &= U_h - U_0 = - \int_0^h m \frac{d^2y}{dt^2} dy \\ &= - \int_0^h m \frac{dv}{dt} dy = - \int_{v'}^0 mv dv \\ &= - \left[\frac{1}{2} mv^2 \right]_{v'}^0 = \frac{1}{2} mv'^2\end{aligned}$$

一般化するとエネルギーの保存則

ある時間から少したったときの運動

- 初速 v_i と終速 v_f 、はじめの U_i と終わりの U_f
- 一般化によってエネルギー保存則を得る

$$\begin{aligned}mgh_i - mgh_f &= U_i - U_f = - \int_{h_f}^{h_i} m \frac{d^2y}{dt^2} dy \\ &= - \int_{h_f}^{h_i} m \frac{dv}{dt} dy = - \int_{v_f}^{v_i} mv dv \\ &= - \left[\frac{1}{2} mv^2 \right]_{v_f}^{v_i} = -\frac{1}{2} mv_i^2 + \frac{1}{2} mv_f^2\end{aligned}$$