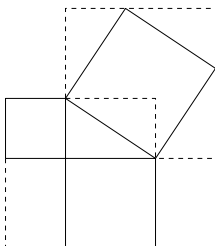


0. 数学的準備

[0] はじめに

自然科学を正しく理解することは簡単でない。だからこそ学ぶ意義がある。どういう意義かは各自考えてください。物理学は自然科学の中で根本的な原理を探究するという位置づけになっていることに注意する。物理学 II では中学レベルの授業を行うときに必要になる知識を中心に学ぶ。まえもって教科書をよんでおくこと。わからないことがあったら質問する。

[1] ピタゴラスの定理



[2] ベクトルの内積と外積

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y & a_z b_x - a_x b_z & a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

[3] 微分の公式

No.	$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x) = f'(x)$	No.	$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x) = f'(x)$
1	c	0	20	$\cot^{-1} u$	$-(1+u^2)^{-1}u'$
2	cu	cu'	21	$\sec^{-1} u$	$u^{-1}(u^2-1)^{-1/2}u'$
3	$u+v+w$	$u' + v' + w'$	22	$\csc^{-1} u$	$-u^{-1}(u^2-1)^{-1/2}u'$
4	uv	$uv' + v'u$	23	$\sinh u$	$\cosh u \cdot u$
5	$\frac{u}{v}$	$\frac{vu' - uv'}{v^2}$	24	$\cosh u$	$\sinh u \cdot u$
6	u^n	$nu^{n-1}u'$	25	$\tanh u$	$\operatorname{sech}^2 u \cdot u$
7	u^v	$vu^{v-1}u' + u^v v' \ln u$	26	$\coth u$	$-\operatorname{csch}^2 u \cdot u$
8	$f(u)$	$\frac{df(u)}{du}u'$	27	$\operatorname{sech} u$	$-\operatorname{sech} u \tanh u \cdot u$
9	e^u	$e^u u'$	28	$\operatorname{csch} u$	$-\operatorname{csch} u \coth u \cdot u$
10	$\ln u$	$\frac{1}{u}u'$	29	$\sinh^{-1} u$	$(1+u^2)^{-1/2}u'$
11	$\sin u$	$\cos u \cdot u'$	30	$\sinh^{-1} u$	$(u^2-1)^{-1/2}u'$
12	$\cos u$	$-\sin u \cdot u'$	31	$\tanh^{-1} u$	$(1-u^2)^{-1}u'$
13	$\tan u$	$\sec^2 u \cdot u'$	32	$\coth^{-1} u$	$-(u^2-1)^{-1}u'$
14	$\cot u$	$-\csc^2 u \cdot u'$	33	$\operatorname{sech}^{-1} u$	$-u^{-1}(1-u^2)^{-1/2}u'$
15	$\sec u$	$\sec u \tan u \cdot u'$	34	$\operatorname{csch}^{-1} u$	$-u^{-1}(1+u^2)^{-1/2}u'$
16	$\csc u$	$-\csc u \cot u \cdot u'$	35	$\ln \sin u$	$\cot u \cdot u'$
17	$\sin^{-1} u$	$(1-u^2)^{-1/2}u'$	36	$\ln \cos u$	$-\tan u \cdot u'$
18	$\cos^{-1} u$	$-(1-u^2)^{-1/2}u'$	37	$\ln \sinh u$	$\tanh u \cdot u'$
19	$\tan^{-1} u$	$(1+u^2)^{-1}u'$	38	$\ln \cosh u$	$\coth u \cdot u'$

[4] 三角関数の恒等式

$$\begin{aligned}\sin x \csc x &= 1, & \cos x \sec x &= 1, & \tan x \cot x &= 1 \\ \sin^2 x + \cos^2 x &= 1, & \sec^2 x &= 1 + \tan^2 x, & \csc^2 x &= 1 + \cot^2 x \\ \tan x &= \frac{\sin x}{\cos x}, & \cot x &= \frac{\cos x}{\sin x} \\ \sin(-x) &= -\sin x, & \cos(-x) &= \cos x, & \tan(-x) &= -\tan x \\ \cot(-x) &= -\cot x, & \sec(-x) &= \sec x, & \csc(-x) &= -\csc x \\ \sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \cos x \sin y \\ \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \\ \tan(x \pm y) &= \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y} \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) &= \cos x, & \cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) &= \mp \sin x\end{aligned}$$

[5] 級数展開

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-z} &= 1 + z + z^2 + \cdots \quad (|z| < 1) \\ (1+z)^n &= 1 + {}_nC_1 z + {}_nC_2 z^2 + \cdots \quad (|z| < 1) \\ e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \\ \sin z &= z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} \mp \cdots, & \cos z &= 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} \mp \cdots \\ \sinh z &= z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \cdots, & \cosh z &= 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \cdots \\ \log_e(1+z) &= z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} \pm \cdots \quad (|z| < 1)\end{aligned}$$

[6] 順列、組み合わせ

$${}_r C_n = \frac{r!}{(r-n)!n!}, \quad {}_6 C_4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

[7] 積分

積分については公式がたくさんあって書き切れない。物理で重要になるものを少し書いておく。

$$\begin{aligned}\int u dv &= uv - \int v du, & \int u \frac{dv}{dx} dx &= uv - \int v \frac{du}{dx} dx \\ \int_0^\infty \frac{a}{a^2 + x^2} dx &= \frac{\pi}{2}, & \text{if } a > 0 \\ \int_0^\infty \frac{\sin ax}{x} dx &= \frac{\pi}{2}, & \text{if } a > 0 \\ \int_0^\infty e^{-a^2 x^2} dx &= \frac{\sqrt{\pi}}{2a}, & \int_0^\infty x^n e^{-a^2 x^2} dx &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{aligned}$$